# 第 8 講　統計的な推測

## PART1　母集団と標本，標本平均

**例題**

1，2，3，4 と書かれたカードがそれぞれ 4 枚，3 枚，2 枚，1 枚ある。この 10 枚のカードを母集団とし，カードに書かれた数字を変量とする。

(1)　母集団分布を求めよ。

(2)　母平均，母標準偏差を求めよ。

(3)　この母集団から大きさ 4 の標本を無作為抽出し，その標本平均を $\overline{X}$ とするとき，$\overline{X}$ の期待値，標準偏差を求めよ。

**Point Pickup**

**練習**

右の表は，20 個の球に書かれた数字とその個数である。この 20 個の球を母集団とし，球に書かれた数字を変量とする。

| 数字 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 計 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 個数 | 2 | 4 | 8 | 4 | 2 | 20 |

(1)　母平均，母標準偏差を求めよ。

(2)　この母集団から大きさ 16 の標本を無作為抽出し，その標本平均を $\overline{X}$ とするとき，$\overline{X}$ の期待値，標準偏差を求めよ。

# 第 8 講　PART1 確認問題

次の表は，100 枚のカードに書かれた数字とその枚数である。

| 数字 | 1 | 3 | 5 | 7 | 計 |
|---|---|---|---|---|---|
| 枚数 | 40 | 30 | 20 | 10 | 100 |

この 100 枚のカードを母集団とし，カードに書かれた数字を変量とする。

**1**　母平均，母標準偏差を求めると

$m=$ ［ア］，$\sigma=$ ［イ］ である。

**2**　この母集団から大きさ 25 の標本を無作為抽出し，その標本平均を $\overline{X}$ とするとき，$\overline{X}$ の期待値と標準偏差を求めると

$E(\overline{X})=$ ［ウ］

$\sigma(\overline{X})=$ ［エ］.［オ］

である。

# 第 8 講　統計的な推測

## PART1　母集団と標本，標本平均

**例題**

1，2，3，4 と書かれたカードがそれぞれ 4 枚，3 枚，2 枚，1 枚ある。この 10 枚のカードを母集団とし，カードに書かれた数字を変量とする。

(1)　母集団分布を求めよ。

(2)　母平均，母標準偏差を求めよ。

(3)　この母集団から大きさ 4 の標本を無作為抽出し，その標本平均を $\overline{X}$ とするとき，$\overline{X}$ の期待値，標準偏差を求めよ。

母集団から 1 つのカードを抽出し，そのカードに書かれた数字を $X$ とする。

(1)　母集団分布は右の表

| $X$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 計 |
|---|---|---|---|---|---|
| $P$ | $\frac{4}{10}$ | $\frac{3}{10}$ | $\frac{2}{10}$ | $\frac{1}{10}$ | 1 |

(2)　母平均 $m$ と母標準偏差 $\sigma$ は

$$m=1\cdot\frac{4}{10}+2\cdot\frac{3}{10}+3\cdot\frac{2}{10}+4\cdot\frac{1}{10}=\frac{20}{10}=2$$

$$\sigma=\sqrt{\left(1^2\cdot\frac{4}{10}+2^2\cdot\frac{3}{10}+3^2\cdot\frac{2}{10}+4^2\cdot\frac{1}{10}\right)-2^2}=\sqrt{\frac{50}{10}-4}=1$$

(3)　$\overline{X}$ の期待値は $E(\overline{X})=m=2$，標準偏差は $\sigma(\overline{X})=\frac{\sigma}{\sqrt{4}}=\frac{1}{2}$

**練習**

右の表は，20 個の球に書かれた数字とその個数である。この 20 個の球を母集団とし，球に書かれた数字を変量とする。

| 数字 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 計 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 個数 | 2 | 4 | 8 | 4 | 2 | 20 |

(1)　母平均，母標準偏差を求めよ。

(2)　この母集団から大きさ 16 の標本を無作為抽出し，その標本平均を $\overline{X}$ とするとき，$\overline{X}$ の期待値，標準偏差を求めよ。

母集団から 1 個の球を抽出し，その球に書かれた数字を $X$ とする。母集団分布は右の表

| $X$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 計 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $P$ | $\frac{1}{10}$ | $\frac{2}{10}$ | $\frac{4}{10}$ | $\frac{2}{10}$ | $\frac{1}{10}$ | 1 |

(1)　母平均 $m$ と母標準偏差 $\sigma$ は

$$m=1\cdot\frac{1}{10}+2\cdot\frac{2}{10}+3\cdot\frac{4}{10}+4\cdot\frac{2}{10}+5\cdot\frac{1}{10}$$

$$=\frac{30}{10}=3$$

$$\sigma=\sqrt{\left(1^2\cdot\frac{1}{10}+2^2\cdot\frac{2}{10}+3^2\cdot\frac{4}{10}+4^2\cdot\frac{2}{10}+5^2\cdot\frac{1}{10}\right)-3^2}=\sqrt{\frac{102}{10}-9}=\frac{\sqrt{30}}{5}$$

(2)　$\overline{X}$ の期待値は $E(\overline{X})=m=3$，標準偏差は $\sigma(\overline{X})=\frac{\sigma}{\sqrt{16}}=\frac{\sqrt{30}}{20}$

# 第 8 講　PART1 確認問題 解答

## 1

**[正解]** ア：3，イ：2

**[解説]**

母集団から１枚のカードを抽出し，そのカードに書かれた数字を $X$ とする。母集団分布は，次の表のようになる。［A］

| $X$ | 1 | 3 | 5 | 7 | 計 |
|---|---|---|---|---|---|
| $P$ | $\frac{4}{10}$ | $\frac{3}{10}$ | $\frac{2}{10}$ | $\frac{1}{10}$ | 1 |

母平均 $m$ は

$$m = 1\cdot\frac{4}{10} + 3\cdot\frac{3}{10} + 5\cdot\frac{2}{10} + 7\cdot\frac{1}{10}$$

$$= \frac{30}{10} = \mathbf{3}$$

母標準偏差 $\sigma$ は

$$\sigma = \sqrt{\left(1^2\cdot\frac{4}{10} + 3^2\cdot\frac{3}{10} + 5^2\cdot\frac{2}{10} + 7^2\cdot\frac{1}{10}\right) - 3^2}$$

$$= \sqrt{4} = \mathbf{2}$$

［A］　母集団分布
母集団から１個の個体を無作為抽出したときの変量 $x$ の値を $X$ とするとき，$X$ の確率分布を「母集団分布」という。
母平均　$m = E(X)$
母標準偏差　$\sigma = \sigma(X) = \sqrt{V(X)}$

## 2

**[正解]** ウ：3，エ：0，オ：4

**[解説]**

母平均 $m$ は 3 であるから，$\overline{X}$ の期待値は

$$E(\overline{X}) = m = \mathbf{3}$$ ［B］

母標準偏差 $\sigma$ は 2 であるから，$\overline{X}$ の標準偏差は

$$\sigma(\overline{X}) = \frac{\sigma}{\sqrt{25}} = \frac{2}{5} = \mathbf{0.4}$$

［B］　標本平均の期待値，標準偏差
母平均 $m$，母標準偏差 $\sigma$ の母集団から大きさ $n$ の標本を無作為抽出するとき，その標本平均 $\overline{X}$ の
期待値　$E(\overline{X}) = m$
標準偏差　$\sigma(\overline{X}) = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$